

2006年度日本政府(文部科学省)奨学金留学生選考試験

QUALIFYING EXAMINATION FOR APPLICANTS FOR JAPANESE
GOVERNMENT (MONBUKAGAKUSHO) SCHOLARSHIPS 2006

学科試験 問題

EXAMINATION QUESTIONS

(高等専門学校留学生)

COLLEGE OF TECHNOLOGY STUDENTS

数 学

MATHEMATICS

注意 試験時間は60分。

PLEASE NOTE : THE TEST PERIOD IS 60 MINUTES.

数 学

Nationality		No.	
Name	(Please print full name, underlining family name)		
Marks			

1 括弧に数値または、適当な表現を記せ。

(1) 不等式 $(x-1)^2 < x-1$ を解け。

①

(2) 方程式 $2^{2x-1} + 2 \cdot 2^x - 6 = 0$ を解け。

 $x =$ ②

(3) 方程式 $\log_2(4-x) - \log_4(x-1) = 1$ を解け。

 $x =$ ③

(4) 不等式 $(2 \sin x - \sqrt{3})(2 \sin x - 1) < 0$ を解け。ただし、 $0 \leq x \leq 2\pi$ とする。

④

(5) 不等式 $\frac{1}{x-1} > \frac{1}{x+1}$ を解け。

⑤

(6) $z = \frac{\sqrt{3}+3i}{\sqrt{3}+i}$ ($i^2 = -1$) とおく。このとき z の絶対値 r と偏角 θ ($0^\circ \leq \theta \leq 360^\circ$)

を求めよ。

 $r =$ ⑥ , $\theta =$ ⑦

(7) 定義域を $1 \leq x \leq 5$ とする関数 $f(x) = ax^2 - 4ax + b$, ($a > 0$) の最大値と最小値の平均は14で、最大値と最小値の差は18である。 a ($a > 0$) , b の値を求めよ。

 $a =$ ⑧ , $b =$ ⑨

(8) $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x-1}{\sqrt{x+8}-3} =$ ⑩ .

(9) $\int_0^{\sqrt{3}} 3x\sqrt{x^2+1} dx = \boxed{\text{⑪}}$.

(10) $x = \frac{-3+\sqrt{13}}{2}$ のとき、 x^2+3x-1 の値を求めよ。 $x^2+3x-1 = \boxed{\text{⑫}}$

(11) 箱の中に、3個の赤色のボール、2個の青色のボール、および5個の緑色のボールがある。箱より1個ずつ、2個のボールを取り出す。ただし、ボールは元に戻さないとする。

取り出した2個のボールとも、青色である確率を求めよ。 $\boxed{\text{⑬}}$

取り出した2個のボールとも、同色である確率を求めよ。 $\boxed{\text{⑭}}$

2 行列 $A = \begin{pmatrix} \frac{1}{2} & 0 \\ a & a \end{pmatrix}$ とする。

(1) A^3 を a を用いて表せ。

(2) A^n を a と n (自然数) を用いて表せ。

3 関数 $f(x) = x^3 + ax^2 + bx + c$ は $f(-2) = -10$ を満たし、 $x = \frac{2}{3}$ で極値 $\frac{50}{27}$ をとる。
 a, b, c の値を求めよ。

4 xy 平面上に曲線 $C_1: y = x - \frac{1}{2}x^2$, $C_2: x = y - \frac{1}{2}y^2$ がある。

(1) C_1 の $x = k$ における接線の方程式を求めよ。

(2) (1) で求めた接線が曲線 C_2 にも接するとき、すべての k の値と、その接線の方程式を求めよ。

(3) (2) で求めたすべての接線と曲線 C_2 で囲まれる図形の面積を求めよ。